ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

**ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ**

1. ***Цель работы***

Определение масс небесных тел и изучение гравитационного ускорения.

1. ***Краткие теоретические сведения***

Из закона всемирного тяготения вытекают, как следствия, все три закона Кеплера, которые Ньютон вывел математически в более общем виде, применимом не только к обращению планет вокруг Солнца, но и к любым системам обращающихся небесных тел.

Задача определения орбиты одного небесного тела относительно другого называется задачей двух тел. При решении этой задачи небесное тело большей массы M, называемое центральным телом, полагается неподвижным и определяется орбита, по которой тело меньшей массы m движется относительно центрального тела. Ньютон показал, что в поле тяготения центрального тела любое другое небесное тело будет двигаться по одному из конических сечений – кругу, эллипсу, параболе или гиперболе, причем центральное тело всегда находятся в одном из фокусов орбиты движущегося тела, линейная скорость υ которого относительно центрального на данном расстоянии r определяется интегралом энергии

 (1)

где, *ɑ* - большая полуось орбиты, *r* – радиус-вектор движущегося тела, *G* - гравитационная постоянная.

Согласно интегралу энергии, каждому расстоянию *r* от центрального тела соответствует ряд значений скорости *υ*, определяющих род орбиты движущегося тела. Так, чтобы небесное тело обращалось вокруг центрального по круговой орбите радиуса *r=ɑ*, оно должно на данном расстоянии *r=ɑ* обязательно иметь величину орбитальной скорости *υ=υₐ,* причем, согласно выражению (1)

  (2)

или

  (3)

Эта скорость $ϑ\_{а}$ называется круговой скоростью.

Если на расстоянии *r* от центрального тела скорость *υ* движущегося тела несколько превышает $ϑ\_{а}$, соответствующую расстоянию *r*, то такое тело также будет спутником центрального и будет двигаться вокруг него по эллиптической орбите, большая полуось которой *ɑ* может быть вычислена по интегралу энергии. Чем больше *υ* превышает $ϑ\_{а}$, тем более вытянутой будет эллиптическая орбита (0<e<1). Наконец, если на данном расстоянии *r* от центрального тела скорость движущегося тела.

  (4)

то оно уже не будет спутником центрального тела, а пройдет мимо него по параболической орбите. В самом деле, при подстановке



в интеграл энергии получим , т.е. *ɑ=∾,* что характеризует параболической орбиту (e=1). Поэтому скорость

  (5)

Называется параболической скоростью.

При  движение тела происходит по гиперболе (e>1).

При вычислении тех или иных величин приходится пользоваться самыми различными единицами измерений. Так, расстояниям между небесными телами выражаются и в километрах (км), и в астрономических единицах (а. е.), массы небесных тел – в массах Земли, массах Солнца, а иногда и в граммах, время – в годах, средних солнечных сутках и в секундах, линейная скорость, как правило, - в км/сек и т. д. Однако это отнюдь не означает, что при решений задач можно пользоваться произвольными единицами измерений – все зависит от условий решаемой задачи. Если однородные физические величины входят в уравнение в виде отношения, то они могут быть выражены в любых соответствующих, но обязательно одинаковых единицах измерения, вне зависимости от единиц измерения других величин, входящих в то же уравнение. Если же уравнением связаны разнородные физические величины, то все они должны быть выражены обязательно в одной определенной системе единиц.

Часто приходится применять абсолютную систему единиц СГС, в которой масса выражается в граммах (г), расстояние - в сантиметрах (см), время – в секундах (сек), скорость – в см/сек, ускорение – в см/сек2, и тогда гравитационная постоянная G=6.668·10-8 г-1·см3·сек-2. В Международной системе единиц СИ, практически не используемой в астрономии, масса выражается в кг, расстояние – в м, время - в сек, скорость – в м/сек и G= 6.668·10-11 кг-1·м3·сек-2. Следует предупредить о бессмысленности вычисления масс небесных тел с точностью до 1 г или 1 кг, а расстояний – с точностью до 1 см или 1 м; речь идет лишь об их выражении в системе СГС или СИ, и поэтому при вычислениях достаточно ограничиваться числом из трех-четырех значащих цифр, умножая его на 10 в определенной степени n (т. е. 10n), полученной при вычислениях.

В астрономии часто применяется гауссова система единиц, в которой массы небесных тел выражаются в массах Солнца, единицей длины является астрономическая единица (а.е.), а единицей времени – средние солнечные сутки.

Если же массы небесных тел выражать в солнечных массах, расстояния – в астрономических единицах, а скорость в км/сек, то G=885.95 или  =29.76.

Пологая в равенстве (1) массу Солнца М=1 и пренебрегая в сравнении с массой Солнца малыми массами его спутников (m=0), получим $μ$=G=885,95, и тогда скорость небесных тел в поле тяготения Солнца определится как

  (6)

где *r* и *ɑ* в астрономических единицах (а. е.), а *υ* – в км/сек.

Выражение (6) позволяет вычислить скорость планет и комет на любом расстоянии *r* от Солнца. Положив в формуле (6) *r=ɑ*, можно найти значение круговой скорости

 (7)

и значение параболической скорости  на произвольном расстоянии *r* от Солнца.

 При подстановке равенство (7) *r=ɑ* и делении на него выражения (6), получается удобная формула для вычисления скорости *υ* тел (в поле тяготения Солнца) по их круговой скорости $υₐ$.

Из интеграла энергии (1) весьма просто выводится третий закон Кеплера в обобщенном виде, для чего достаточно эллиптическое движение спутника заменить движением по круговой орбите радиуса *ɑ*, равным большой полуоси его эллиптической орбиты. Тогда круговая скорость спутника

  (8)

где Τ – период обращения спутника вокруг центрального тела, а так как, согласно формуле (2),

,

то

,

откуда

 . (9)

Массы *m* спутников, как правило, очень малы в сравнении с массой *М* центрального тела, и поэтому, пренебрегая в формуле (9) величиной *m*, можно вычислить массу центрального тела в определенной системе единиц.

Поскольку масса небесных тел обычно вычисляется в сравнении с солнечной или земной массой (т.е. в массах Солнца или в массах Земли), то значительно проще применять третий обобщенный закон Кеплера к двум системам обращающихся тел

 (10)

Здесь величины с индексом 1 относятся к одной системе центрального тела и его спутника, а те же величины с индексом 2 – к другой системе аналогичных тел.

При оприделении масс планет в массах Земли сравнивают движение спутника планеты с движением Луны вокруг Земли. Для этого в формуле (10) под *М₁* подразумевают массу планеты, под *ɑ₁* и *Τ₁* - большую полуось орбиты спутника и период его обращения вокруг планеты, а массой спутника *m₁* пренебрегают (*m₁=*0). Считая *М₂* массой Земли, *m₂* - массой Луны, *Τ₂* - звездным месяцем и *ɑ₂* - большой полуосью лунной орбиты, вычисляют массу планеты *М₁* в массах Земли и Луны (*M₂+m₂),* а затем уже, зная что , находят *М₁* в массах Земли *М₂.* При приближенном определении масс планет вполне допустимо пренебречь массой Луны *m₂* и сразу вычислять массу планет непосредственно в массах Земли.

Зная массу *М* и радиус *R* небесного тела, можно вычислить ускорение силы тяжести *g* не его поверхности, причем удобнее всего вычислять *g* в сравнении с ускорением *g₀* на Земле, а затем уже, в случае необходимости, найти его абсолютное значение . Очевидно, на поверхности небесного тела

  (11)

а на земной поверхности

  (12)

и тогда



или

  (13)

где *М* выражена в массах Земли, а *R*– в радиусах Земли.

Аналогичным образом вычисляется гравитационное ускорение  небесных тел в поле тяготения центрального тела на расстоянии r от него:

 (14)

или

 (15)

если *m* мало в сравнении с *М*.

Формуле (15) позволяет также вычислить массу центрального тела по известному гравитационному ускорению .

Разделив равенство (15) на выражение (11), получим для вычисления  простую формулу, а которой *r* выражается в радиусах *R* небесного тела.

Рисунок 4

Рисунок 6

1. ***Порядок выполнения работы***
2. По движению Луны вокруг Земли определить массу Земли в системе СГС.
3. Вычислить круговую, параболическую и действительную скорость на среднем, перигельном и афелийном расстояниях малой планеты.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант |  Малая планета |
| 1 | Психея |
| 2 | Андромаха |
| 3 | Эскулапия |
| 4 | Урания |
| 5 | Галатея |
| 6 | Глазенапия |
| 7 | Полигимния |
| 8 | Фотографика |

1. Из сопоставления вычисленных в пункте 2 скоростей сформулировать вывод о признаках, характерных для движения тел по эллиптической орбите.

4\*. Определить в массах Земли массу Солнца и планеты: 1)Марс(по движению Фобоса);

2)Юпитер (по движению Ио); 3)Сатурна (по движению Титана); 4)Урана (по движению Ариэля); 5)Нептуна (по движению Тритона); 6)Марса (по движению Деймоса); 7)Юпитера (по движению Европы); 8)Сатурна (по движению Япета).

5\*. Определить ускорение силы тяжести на поверхности Солнца, Луны и той же планеты.

6\*. Вычислить свой вес на поверхности тех же небесных тел.

7\*. Вычислить вес космического корабля- спутника «Восток» на поверхности Луны и той же планеты (вес этого корабля на Земле равен 4,7 mс ).

8. Определить ускорение силы тяжести на расстояниях, равных одному, четырем и девяти радиусам от поверхности одного из тех же небесных тел.

9\*. Вычислить гравитационное ускорение Земли и той же планеты в поле тяготения Солнца.

10\*. Из анализа результатов пунктов 5 – 9 сформулировать вывод о причинах различия гравитационного ускорения в поле тяготения разных тел и графически изобразить зависимость гравитационного ускорения от соответствующих аргументов.

11. Вычислить ускорение силы тяжести на поверхности Солнца, Луны и той же планеты при условии увеличения их диаметров вдвое и при сохранении их средней плотности неизменной.

12. Определить гипотетическую массу Земли, при которой Луна обращалась бы вокруг нее с современным периодом, но на вдвое большем расстоянии, и сравнить гравитационное ускорение Луны в этом случае с действительным его значением.

13.Сычислить гипотетическую массу Солнца, при которой та же планета, сохраняя свою орбитальную скорость , перестала бы быть его спутником.

Отчет о работе №3

Дата выполнения работы:

1. При решении на логарифмической линейке (или арифмометре).

Луна Формула

ɑ= π=

Τ= π²=

ɑ³= 4π²=

Τ₂= f=

$\frac{ɑ³}{Τ₂}$= $\frac{4π²}{f}$= Земля М=

При решении с таблицами логарифмов

Луна Формула

ɑ= f= 2lgπ=

Τ= π= lg4=

lgT= lgπ = + lgɑ=

lgɑ= + lgf = lgB=

2lgT= - lgA=

 lgА= lgM= Земля М=

2 и 3. Малая планета

ɑ= е= 1 - е= 1 - ɑ=

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| r | $$\sqrt{r}$$ | $$ϑₐ$$ | $$υ\_{n}$$ | $$ϑ$$ |  | Соотношение |
| ɑ=q=Q= |  |  |  |  | $$\frac{Q}{q}=$$$$\sqrt{\frac{Q}{q}}=$$ | $$ϑ$$ <$ ϑ$ < <$ ϑ$ <  |

Вывод:

4.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Земля | Луна | Планета | Спутник | Солнце |
|  ɑ Τ$$(\frac{Τ₂}{Τ₁})$$$$(\frac{Τ₂}{Τ₁})^{2}$$$$(\frac{ɑ₁}{ɑ₂})$$$$(\frac{ɑ₁}{ɑ₂})^{2}$$ |  |  |  |  |  |

5 -7.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Земля | Солнце | Луна | Планета |
| MRggP(Восток) |  |  |  |  |

8.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| r | R | 2R | 5R | 10R |
| $$r^{2}$$$$g^{2}$$ |  |  |  |  |

9.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Земля | Планета |
| ɑ$$\frac{R}{ɑ}$$$$(\frac{R}{ɑ})^{2}$$$$g\_{ᵣ}$$ |  |  |

Солнце R=

 g=

10. Вывод: График прилагается.

11.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Солнце | Луна | Планета |
| g$$\frac{R^{´}}{R}$$$$g^{´}$$ |  |  |  |

12.

Условие Решение

13.

Условие Ре

***Отчет по работе***

 Отчет по практической работе должен быть представлен в виде реферата с подробным описанием использованных формул, чертежей и расчетами выполненных заданий.

Необходимые для заполнения таблицы представлены ниже.